

44 Démontrer et appliquer le cours

Établir une loi • Exploiter un énoncé

Pour refroidir un verre de limonade, on peut y introduire un glaçon, mais l'eau de fonte du glaçon affadit la boisson. Boire une limonade « *on the rocks* » signifie qu'on y introduit plutôt un caillou (*rock*) glacial. Ce caillou est un cube de granite de côté $a = 3,0$ cm. La masse volumique du granite vaut $\rho = 2,64 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et sa capacité thermique massique, $c_{\text{gr}} = 790 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.



Pour le refroidir, on le suspend par un fil dans une chambre froide, au contact de l'air à la température $\theta_{\text{th}} = -25$ °C. La température du caillou à la date t est notée $\theta(t)$, sa valeur initiale est $\theta(0) = \theta_0 = 15$ °C. La puissance du transfert thermique conducto-convectif cédé par le caillou à l'air extérieur est donné par la loi de Newton :

$$P_{\text{th,cc}} = hS(\theta(t) - \theta_{\text{th}})$$

où S est l'aire de la surface du glaçon et $h = 10 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$.

- Calculer l'aire totale des six faces du caillou.
- Calculer le volume du caillou.
- En déduire sa masse et sa capacité thermique $C = mc_{\text{gr}}$.
- Effectuer le bilan d'énergie interne entre les dates t et $t + \Delta t$ pour le caillou, solide incompressible.
- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ qu'on exprimera sous la forme suivante en précisant la valeur du temps caractéristique τ :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau}\theta = \frac{1}{\tau}\theta_{\text{th}}$$

- La solution générale de cette équation différentielle est :

$$\theta(t) = \theta_{\text{th}} + Ae^{-t/\tau}$$

Déterminer la constante A grâce à la condition initiale.

- Déterminer la date à laquelle le caillou devient « glacial », c'est-à-dire que sa température exprimée en degrés Celsius devient négative.

$$44 \text{ a. } S = 6 \times a^2 = 5,4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{b. } V = a^3 = 2,7 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{c. } m = \rho V = 71,3 \times 10^{-3} \text{ kg} \quad \text{et} \quad C = mc_{\text{gr}} = 56 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\text{d. } \Delta U = W + Q \quad \text{soit} \quad C(\theta(t + \Delta t) - \theta(t)) = Q$$

$$\text{e. On divise par } \Delta t : \quad \frac{C(\theta(t + \Delta t) - \theta(t))}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}$$

et on fait tendre Δt vers 0 :

$$C \frac{d\theta}{dt}(t) = P_{\text{th,cc}} = hS(\theta_{\infty} - \theta(t))$$

$$\text{soit : } \frac{d\theta}{dt}(t) + \frac{hS}{C}\theta(t) = \frac{hS}{C}\theta_{\infty}$$

$$\text{Par identification : } \tau = \frac{C}{hS} = 1,0 \times 10^3 \text{ s}$$

$$\text{f. À l'instant initial, } \theta_0 = \theta_{\infty} + A \text{ donc } A = \theta_0 - \theta_{\infty} = 40 \text{ °C.}$$

$$\text{g. On pose } \theta_g = 0 \text{ °C et on résout l'équation}$$

$$\theta_g = \theta_{\infty} + Ae^{-t/\tau} \quad \text{soit} \quad e^{-t/\tau} = \frac{\theta_g - \theta_{\infty}}{A}$$

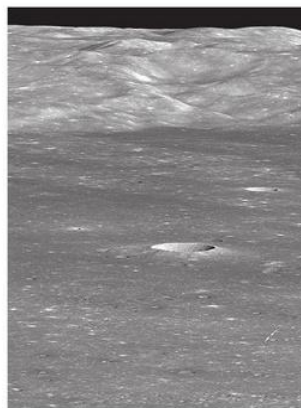
$$\text{donc } -\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{\theta_g - \theta_{\infty}}{A}\right) \quad \text{et} \quad t = -\tau \ln\left(\frac{\theta_g - \theta_{\infty}}{A}\right) = 470 \text{ s.}$$

51 Température d'équilibre du sol lunaire

Exploiter un graphique

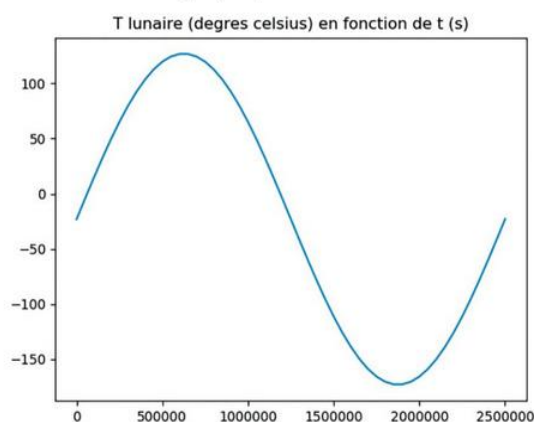
L'énergie thermique rayonnée par un corps noir de température de surface T et d'aire S a pour puissance totale $P_{\text{th,ray}} = \sigma T^4 S$ (loi de Stefan-Boltzmann).

La puissance solaire incidente surfacique moyenne sur la surface du sol lunaire vaut $p_S = 340 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.



1. Exprimer la relation entre la température moyenne T_L d'équilibre du sol lunaire et l'albédo lunaire A_L .

2. Un programme informatique simule la variation de la température du sol lunaire mesurée sur une journée lunaire. Il fournit le graphique suivant.



a. En déduire la valeur de l'albédo lunaire A_L .

b. Commenter cette évolution dans le temps et proposer une explication au fait que l'ampleur des variations de la température est beaucoup plus importante que sur Terre.

51 1. Il n'y a pas d'atmosphère, le bilan thermique est donc un peu plus simple que celui fait dans le cours.

La surface reçoit la puissance solaire $p_S \times S_{\text{Lune}}$. Elle en réfléchit la fraction A_L donc en absorbe la fraction $(1 - A_L)$, soit $P_{\text{solaire absorbée}} = (1 - A_L)p_S S_{\text{Lune}}$.

À l'équilibre thermique, cette puissance est égale à la puissance rayonnée soit :

$$(1 - A_L)p_S S_{\text{Lune}} = \sigma T_L^4 S_{\text{Lune}} \quad \text{donc} \quad (1 - A_L)p_S = \sigma T_L^4.$$

2. a. On lit la température moyenne sur le graphique : $\theta_L = -20 \text{ }^\circ\text{C}$ soit $T_L = 253 \text{ K}$.

$$\text{On en déduit : } A_L = 1 - \frac{\sigma T_L^4}{p_S} \quad \text{soit} \quad A_L = 0,32.$$

Cette valeur est surestimée. En fait, la température de surface est très difficile à mesurer car il y a une très forte variation avec la profondeur ; la valeur donnée par le graphique correspond à la température à 2 mètres de profondeur.

b. On mesure la durée du signal : $2,5 \times 10^6 \text{ s}$, soit 29 jours environ. C'est bien la période de révolution de la Lune, on observe donc une phase de jour et une phase de nuit. Les variations de température sont nettement plus importantes que sur Terre. La phase de jour est 29 fois plus longue que sur Terre, le sol s'échauffe beaucoup plus, puis la phase de nuit est aussi 29 fois plus longue et le refroidissement est beaucoup plus marqué.